

Sebuah Model Untuk Daya Impak Ketika Mendarat Daripada Lompatan Smesy

Azmin Sham binti Rambely dan Siti Shahanum binti Buslain
*Program Matematik, Pusat Pengajian Sains Matematik,
Fakulti Sains dan Teknologi, Universiti Kebangsaan Malaysia*
E-mel: asr@pkrisc.cc.ukm.my

ABSTRAK

Kajian ini membincangkan tentang sebuah model untuk daya impak ketika mendarat daripada lompatan smesy. Tujuan kajian ini dijalankan adalah untuk mengkaji magnitud daya yang terlibat semasa mendarat, melihat nilai sudut di sendi-sendi kaki contohnya pada peha dan lutut dan juga daya-daya yang terlibat pada paksi mengufuk. Persamaan Newton-Euler digunakan untuk membangunkan model bahagian pinggiran bawah badan manusia. Pemain badminton yang bertaraf dunia diambil sebagai subjek ketika pertandingan badminton Piala Thomas 2000 diadakan di Kuala Lumpur, Malaysia. Keputusan kajian menunjukkan bahawa ketika subjek mendarat, daya impak yang terhasil pada kaki yang mendarat adalah lebih rendah berbanding dengan daya yang terhasil pada kaki yang sebelah lagi. Perubahan sudut pada segmen betis dan peha juga menunjukkan bahawa subjek memfleksikan kaki apabila mendarat bagi mengurangkan kecederaan.

Kata kunci: Lompatan Smesy, biomekanik, model pergerakan manusia, persamaan Newton-Euler.

PENGENALAN

Banyak kajian biomekanik yang berkaitan dengan lompatan, sama ada dalam bentuk lompatan menegak (lompat tinggi, 'counter movement jumping') dan lompatan mendatar (lompat jauh) telah dijalankan, antaranya oleh Bobbert & van Soest (1994), Linthorne et al (2002), Hatze (1981a), dan Pandy et al (1990). Dalam kajian lompatan menegak, penyelidik berminat dengan hubungan sumbangan pinggiran bawah dan ketinggian lompatan menegak (Bobbert & van Soest, 1994) dan parameter yang menjamin prestasi lompat tinggi (Greg & Yeadon, 2000), manakala dalam kajian lompat jauh, penyelidik berminat dengan prestasi lompatan, seperti sudut berlepas yang optima (Lees et al., 2000, Linthorne et al. 2002), kelajuan larian (Bridgett et al. 2002, Hay, 1993) dan teknik lompatan (Hay et al., 1986).

Lompatan smash dalam permainan badminton dikategorikan dalam lompatan menegak. Walau bagaimanapun kajian yang menghasilkan model mengenai lompatan smash dalam permainan badminton tiada direkodkan. Oleh itu, objektif kajian ini adalah untuk menghasilkan satu model rangka manusia yang dapat melihat daya impak ketika pemain melakukan pendaratan selepas melakukan aktiviti lompatan.

Menurut hipotesis, pendaratan dengan menggunakan kedua-dua belah kaki akan memberikan kestabilan pada tubuh di samping mengurangkan kadar kemungkinan kecederaan pada anggota tubuh terutamanya di bahagian pinggiran bawah badan. Tetapi jika subjek mendarat menggunakan teknik sebelah kaki, kebarangkalian untuk terjadinya kecederaan akan meningkat. Maka dalam kajian ini, kami ingin mengkaji daya impak semasa mendarat khususnya, untuk melihat magnitud daya yang terlibat semasa mendarat dan bagaimana daya ini (semasa mendarat) dibahagikan dengan menganalisa kaki yang sebelah lagi, dan untuk melihat nilai sudut di sendi-sendi kaki contohnya lutut dan peha, dan daya yang terlibat pada paksi mengufuk.

KAEDAH KAJIAN

Dalam kajian ini gabungan kaedah pemodelan dan eksperimen digunakan. Kaedah pemodelan menggunakan persamaan Newton-Euler untuk menghasilkan satu sistem persamaan berbentuk linear. Data kinematik yang diperoleh dari kaedah eksperimen, iaitu melalui rakaman video bagi suatu aktiviti permainan badminton, dijadikan sebagai input dalam sistem persamaan tersebut. Menggunakan kaedah dinamik songsang nilai daya dan momen bagi pergerakan yang diingini, iaitu aktiviti ketika mendarat dari lompatan smesy, boleh dihasilkan.

Rakaman video dilakukan sepanjang berlangsungnya pertandingan badminton Piala Thomas/Uber di Kuala Lumpur, Malaysia yang bermula dari 11 Mei hingga 21 Mei pada tahun 2000 yang lalu. Dua orang pemain perseorangan lelaki dalam pertandingan tersebut telah dipilih sebagai subjek dalam kajian ini. Subjek-subjek yang dipilih ialah pemain Korea, Ahn Jae Chang dan pemain Denmark, Peter Gade Christiansen.

Hasil dari rakaman video tersebut dicantas dan aktiviti ketika melompat hingga mendarat disunting. Pukulan smesy terbaik yang dilakukan oleh kedua-dua subjek dipilih iaitu sebanyak 8 percubaan terbaik dipilih bagi setiap subjek. Pukulan terbaik ini berdasarkan kepada apa yang dilihat, malalui pengamatan manual, untuk menghasilkan kelajuan bola tangkis terpantas. Hasil cantasan meliputi sebanyak 50 hingga 70 kerangka

bagi setiap percubaan. Dengan menggunakan perisian Peak Motus 2000, rakaman tersebut dianalisa dan didigitkan. Daripada data tersebut, analisis selanjutnya dilakukan untuk mendapatkan nilai daya supaya pemain dapat melakukan pukulan smesy yang terbaik ketika lompatan dilakukan dengan kecederaan yang minimum.

Setelah proses pendigitan dilakukan iaitu bagi setiap sendi pada buku lali, lutut, dan peha, diperoleh kedudukan bagi sendi-sendi tersebut dalam ruang tiga matra. Daripada maklumat ini, halaju linear dan pecutan linear diterbitkan. Manakala sudut, halaju sudut, dan pecutan sudut bagi setiap segmen diperoleh dengan memasukkan rumus dalam perisian Peak Motus tersebut.

Ketika proses pendigitan dilakukan, penanda maya diletakkan di sendi-sendi anatomi pada setiap anggota badan. Oleh itu hanya sudut pada sendi sahaja yang diperoleh. Untuk mendapatkan sudut bagi setiap segmen, rumus untuk mendapatkan sudut segmen dimasukkan ke dalam perisian tersebut.

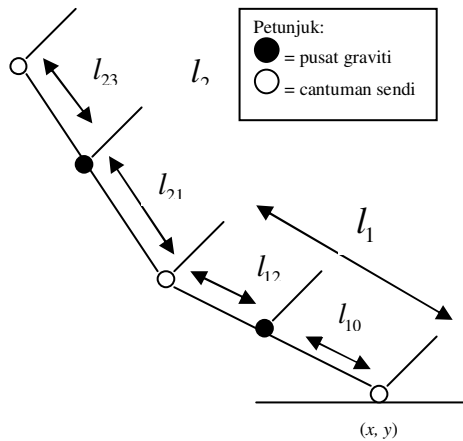
PEMODELAN BERMATEMATIK BAGI DUA SEGMENT

Dalam bahagian ini, analisis biomekanik bagi suatu model anggota badan pinggiran bawah dalam satah sagital dibincangkan. Analisis ini menggunakan kaedah Newton-Euler untuk mendapatkan daya-daya dan momen yang bertindak pada setiap sendi melalui komponen mencancang dan melintang apabila seseorang itu berdiri tegak (dalam kedudukan anatomi). Kaedah Newton-Euler merupakan gabungan persamaan Newton ($F = ma$) untuk mendapatkan jumlah daya yang terlibat dan persamaan Euler ($M = I\ddot{\theta}$) yang menghubungkan paduan daya luaran dan paduan momen luaran di titik tengah jisim.

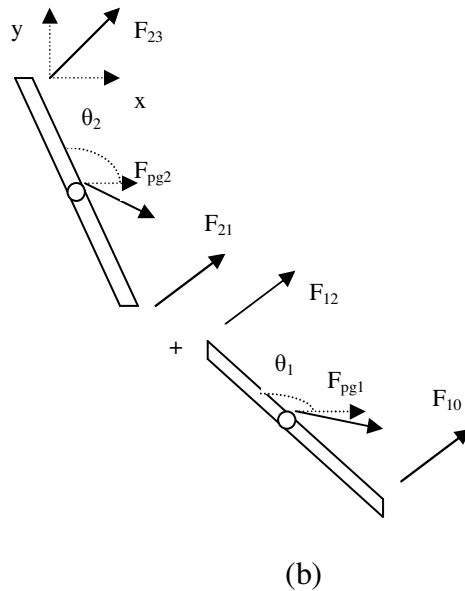
Model dinamik yang mudah bagi suatu gerakan manusia dibangunkan dengan menganggap anggota badan manusia merupakan suatu jisim yang kaku. Bagi pemodelan dua segmen, iaitu gerakan bahagian pinggul ke lutut dan daripada lutut ke buku lali, penggunaan dua bandul ringkas diaplikasikan untuk memudahkan serta menggambarkan model sebenar dalam kajian ini, Rajah 1. Andaian dibuat bahawa bandul pertama dan bandul kedua disambungkan menggunakan suatu sambungan (dalam kehidupan sebenar sambungan digelar sendi). Diandaikan juga tiada geseran yang berlaku di sendi. Di sini juga andaian bahawa dasar pendulum, iaitu sendi pertama, dibiarkan bebas dan kedudukannya diberikan oleh (x, y) . Jika gambaran bandul ringkas tersebut diandaikan sebagai anggota badan

manusia, ia akan menunjukkan jumlah momen yang dihasilkan di tiga sendi semasa manusia berdiri tegak.

Dalam Rajah 1, sistem menunjukkan momen dan daya yang bertindak antara satu sama lain apabila dua bandul dipecahkan kepada dua segmen yang berlainan. Apabila dua segmen ini disambungkan, ia akan menghasilkan dua daya yang bertindak di antara satu sama lain di sendi yang sama.



(a)



Rajah 1 (a) Model bagi dua segmen (b) Sistem daya dan momen yang bertindak pada dua segmen.

Simbol-simbol di bawah digunakan bagi memudahkan pengiraan.

- F_x = tindakan daya pada komponen mengufuk (paksi- x).
- F_y = tindakan daya pada komponen menegak (paksi- y).
- θ = sudut sendi pada pusat jisim dalam satah mengufuk.
- $\dot{\theta}$ = halaju sudut pada pusat jisim.
- $\ddot{\theta}$ = pecutan sudut pada pusat jisim.
- g = pecutan graviti.
- I = momen inersia bagi keseluruhan tubuh.
- l = jarak daripada sambungan sendi kepada pusat jisim segmen.
- x = komponen mengufuk.
- y = komponen menegak.
- x_g = pusat jisim pada paksi- x .
- y_g = pusat jisim pada paksi- y .
- \dot{x} = halaju linear pada paksi- x .
- \dot{y} = halaju linear pada paksi- y .
- \ddot{x} = pecutan linear pada paksi- x .
- \ddot{y} = pecutan linear pada paksi- y .

- M_i = jumlah momen yang bertindak pada titik akhir berhampiran dengan segmen i .
 M_{pgi} = jumlah momen yang bertindak pada titik akhir berhampiran pusat jisim segmen i .
 m_i = jisim bagi segmen i .
 F_{pgi} = tindakan daya dari pusat graviti pada segmen i .
 F_{ik} = tindakan daya pada jasad i dari jasad k ($i = 1, 2, 3, \dots$)

Oleh kerana tindakan daya pada jasad i dari jasad k sama dengan tindakan daya pada jasad k dari jasad i maka $F_{ik} = F_{ki}$.

Persamaan yang dihasilkan untuk komponen- x bagi segmen pertama dan kedua diberikan oleh,

$$\begin{aligned}
 F_{10}^x - F_{12}^x + F_{pg1}^x &= m_1 \ddot{x} - m_1 l_{10} \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 - m_1 l_{10} \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 \\
 F_{10}^x - F_{12}^x + m_1 l_{10} \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 &= -F_{pg1}^x + m_1 \ddot{x} - m_1 l_{10} \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 F_{21}^x - F_{23}^x + F_{pg2}^x &= m_2 \ddot{x} - m_2 l_{21} \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 - m_2 l_{21} \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 - m_2 l_{21} \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 - m_2 l_{21} \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\
 F_{21}^x - F_{23}^x + m_2 l_{21} \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 + m_2 l_{21} \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 &= \\
 -F_{pg2}^x + m_2 \ddot{x} - m_2 l_{21} \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 - m_2 l_{21} \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 &
 \end{aligned} \tag{2}$$

Dan persamaan yang dihasilkan untuk komponen- y bagi segmen pertama dan kedua adalah,

$$\begin{aligned}
 F_{10}^y - F_{12}^y - F_{pg1}^y &= m_1 \ddot{y} - m_1 l_{10} \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 + m_1 l_{10} \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 \\
 F_{10}^y - F_{12}^y - m_1 l_{10} \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 &= -F_{pg1}^y + m_1 \ddot{y} - m_1 l_{10} \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 F_{21}^y - F_{23}^y + F_{pg2}^y &= \\
 m_2 \ddot{y} - m_2 l_{21} \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 - m_2 l_{21} \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 + m_2 l_{21} \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 + m_2 l_{21} \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 & \\
 F_{21}^y - F_{23}^y - m_2 l_{21} \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 - m_2 l_{21} \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 &= \\
 -F_{pg2}^y + m_2 \ddot{y} - m_2 l_{21} \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 - m_2 l_{21} \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 &
 \end{aligned} \tag{4}$$

Sementara itu, persamaan bagi momen menghasilkan,

$$(l_{10} \sin \theta_1) F_{10}^x + (l_{12} \sin \theta_1) F_{12}^x - (l_{10} \cos \theta_1) F_{10}^y - (l_{12} \cos \theta_1) F_{12}^y - I_1 \ddot{\theta}_1 = -M_{pg1} - M_1 + M_2 \quad (5)$$

$$(l_{21} \sin \theta_2) F_{21}^x + (l_{23} \sin \theta_2) F_{23}^x - (l_{21} \cos \theta_2) F_{21}^y - (l_{23} \cos \theta_2) F_{23}^y - I_2 \ddot{\theta}_2 = -M_{pg2} - M_2 + M_3 \quad (6).$$

Sekarang persamaan (1), (2), (3), (4), (5) dan (6) mengandungi 6 persamaan dengan 6 pembolehubah yang tidak diketahui, iaitu $F_{10}^x, F_{12}^x, F_{10}^y, F_{12}^y, \ddot{\theta}_1$ dan $\ddot{\theta}_2$. Dengan menulis semula persamaan-persamaan ini dalam bentuk matriks, yang merupakan suatu sistem persamaan linear dengan $F_{23}^x = F_{23}^y = M_3 = 0$, maka

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & m_1 l_{10} \sin \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & m_2 l_{21} \sin \theta_1 & m_2 l_{21} \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -m_1 l_{10} \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -m_2 l_{21} \cos \theta_1 & -m_2 l_{21} \cos \theta_2 \\ l_{10} \sin \theta_1 & l_{12} \sin \theta_1 & -l_{10} \cos \theta_1 & -l_{12} \cos \theta_1 & -I_1 & 0 \\ 0 & l_{21} \sin \theta_2 & 0 & -l_{21} \cos \theta_2 & 0 & -I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{10}^x \\ F_{12}^x \\ F_{10}^y \\ F_{12}^y \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_{pg1}^x + m_1 \ddot{x} - m_1 l_{10} \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 \\ -F_{pg2}^x + m_2 \ddot{x} - m_2 l_{21} \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 - m_2 l_{21} \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 \\ -F_{pg1}^y + m_1 \ddot{y} - m_1 l_{10} \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \\ -F_{pg2}^y + m_2 \ddot{y} - m_2 l_{21} \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 - m_2 l_{21} \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 \\ -M_{pg1} - M_1 + M_2 \\ -M_{pg2} - M_2 + M_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

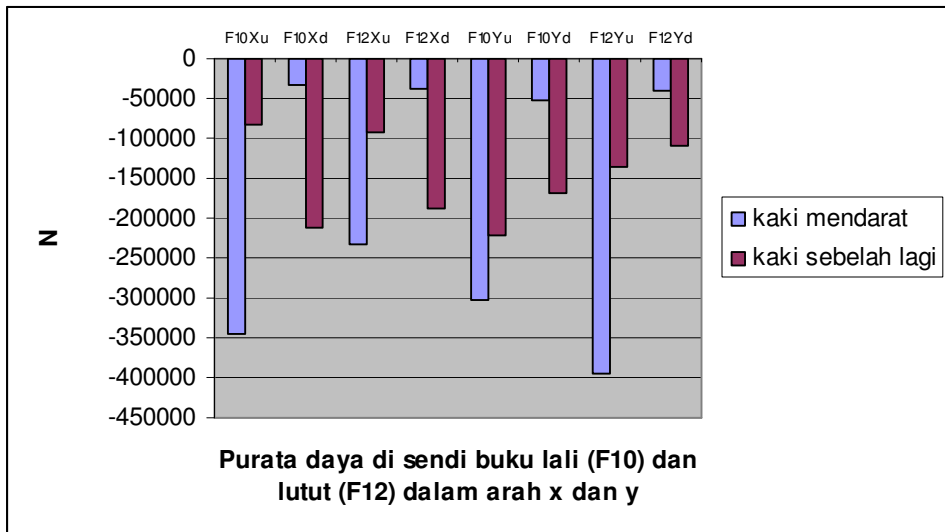
KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN

Jadual 1 menunjukkan data antropometrik dan kinematik yang diperoleh berdasarkan data antropometri dan kedudukan anatomi Winter (1979). Kedudukan anatomi diambil berdasarkan jasad berketinggian 1.8 m dan data kinematik adalah berdasarkan jisim jasad dengan berat 74 kg.

Jadual 1 Data Antropometrik bagi jasad dengan tinggi 1.8 m dan berat 74 kg dan data kinematik, momen yang dihasilkan daripada pengiraan jisim jasad AJC dan PGC

Data Antropometrik		Data Kinematik		AJC	PGC
Panjang betis l_1	0.435m	Berat Badan	75kg	73kg	
Panjang peha l_2	0.410m	Jisim m_1	3.488kg	3.395kg	
Panjang betis dari buku lali ke p_j , l_{10}	0.247m	Jisim m_2	7.500kg	7.300kg	
Panjang betis dari lutut ke p_j , l_{12}	0.188m	Momen Inersia Betis I_1	0.060kgm ²	0.058kgm ²	
Panjang peha dari lutut ke p_j , l_{21}	0.232m	Momen Inersia Peha I_2	0.131kgm ²	0.127kgm ²	
Panjang peha dari pinggul ke p_j , l_{23}	0.178m	Momen Inersia di p_j Betis I_{pg_1}	0.020kgm ²	0.019kgm ²	
Pendarab pusat jisim betis dan peha		Momen Inersia di p_j Peha I_{pg_2}	0.042kgm ²	0.041kgm ²	
proksimal	0.567				
distal	0.433				
Pendarab jisim betis	0.0465				
Pendarab jisim peha	0.1				
Pusat jisim betis	0.302				
Pusat jisim peha	0.323				
Jarak paksi putaran bagi betis	0.131m				
Jarak paksi putaran bagi peha	0.132m				
Jarak paksi putaran betis di p_j	0.075m				
Jarak paksi putaran peha di p_j	0.075m				

Menggunakan Jadual 1, data kinetik seperti daya disendi buku lali dan lutut dihasilkan menggunakan persamaan matriks (7). Keputusan dalam Rajah 2 mendapati ketika mendarat, daya pada sendi lutut lebih tinggi daripada daya pada sendi buku lali dalam arah- x . Sebaliknya, daya pada sendi buku lali adalah lebih tinggi daripada daya pada sendi lutut dalam arah- y . Ketika subjek berada di udara pula, didapati daya pada sendi buku lali adalah lebih tinggi daripada daya pada sendi lutut dalam arah- x . Sementara itu, daya yang bertindak pada sendi buku lali dalam arah- x adalah lebih tinggi daripada arah- y .

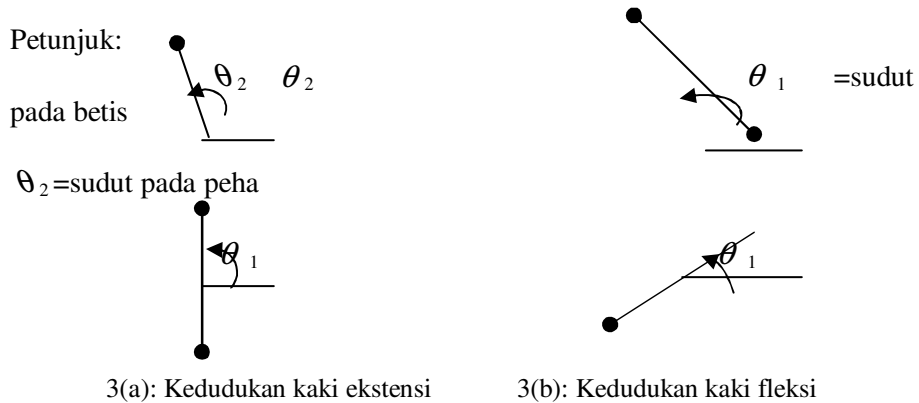


Rajah 2; Daya-daya yang bertindak di buku lali dan lutut pada kedua-dua belah kaki ketika pemain berada di udara dan ketika mendarat

Jika dilihat nilai-nilai daya yang bertindak pada sendi-sendi kaki yang sebelah lagi, didapati ketika mendarat, nilai daya pada sendi buku lali adalah lebih tinggi daripada nilai daya pada sendi lutut dalam arah-x. Keadaan yang sama juga berlaku dalam arah-y. Ketika subjek berada di udara pula, nilai daya pada sendi buku lali adalah lebih tinggi daripada nilai daya pada sendi lutut dalam arah-y.

Keputusan daripada Rajah 2 juga mendapati ketika mendarat daya di buku lali dan lutut adalah lebih rendah pada kaki mendarat berbanding dengan kaki yang sebelah lagi dalam dua-dua arah x dan y. Sebaliknya ketika di udara daya-daya di buku lali dan di lutut pada kaki mendarat lebih tinggi berbanding dengan kaki yang sebelah lagi. Ini menunjukkan berlaku pemindahan daya pada kaki mendarat dan kaki yang sebelah lagi ketika di udara dan ketika mendarat.

Melihat kepada sudut di peha dan betis, subjek menggunakan teknik dengan memfleksikan kaki sebelum mendarat. Ini dapat dilihat melalui perubahan sudut yang berlaku pada segmen-segmen tubuh badan seperti betis dan peha. Nilai sudut pada segmen betis lebih kecil nilainya berbanding nilai sudut pada segmen peha yang menunjukkan bahawa subjek memfleksikan kaki untuk melakukan pendaratan. Rajah 3 di bawah memperjelaskan lagi tentang perubahan sudut pada kedua-dua segmen tersebut.



Rajah 3: Perubahan sudut pada kedudukan kaki ekstensi dengan kaki yang difleksikan semasa melakukan pendaratan.

Tujuan memfleksikan kaki dilakukan adalah untuk memanjangkan masa sebelum subjek mendarat. Pemanjangan masa ini dapat mengurangkan daya impak yang tinggi pada kaki yang berlaku apabila subjek mendarat dari aktiviti lompatan. Daya impak yang maksimum boleh menyebabkan kecederaan yang serius pada bahagian pinggiran bawah badan. Secara teorinya, ia dapat dibuktikan melalui persamaan impuls-momentum:

$$\sum \bar{F} \Delta t = m(v_f - v_i).$$

Sebelah kanan persamaan akan memberikan hasil yang sama, sama ada subjek mendarat dengan menggunakan kedudukan kaki ekstensi atau kaki difleksikan iaitu jisim, m bagi subjek tidak berubah, halaju akhir, v_f iaitu semasa pendaratan bersamaan sifar dan halaju awal, v_i berlaku apabila kaki subjek mula bersentuhan dengan permukaan bumi. Maka sebarang perubahan dalam momentum, $m(v_f - v_i)$ akan memberikan hasil yang sama. Begitu juga persamaan sebelah kiri, $\sum \bar{F} \Delta t$ akan memberikan nilai yang sama apabila subjek menggunakan mana-mana teknik untuk mendarat. Tetapi ini tidak bermakna bahawa purata daya impak, $\sum \bar{F}$ akan memberikan nilai yang sama apabila subjek menggunakan kedua-dua teknik tersebut. Sekiranya masa impak, Δt adalah pendek maka purata daya impak

mestilah besar dan begitulah juga sebaliknya. Dan ini berdasarkan kepada persamaan berikut (McGinnis, 1999)

$$\sum \bar{F} = m (v_f - v_i) / \Delta t .$$

Bagi pemain-pemain bertaraf profesional ini, walaupun mereka mendarat dengan menggunakan sebelah kaki, mereka mungkin mengalami kecederaan yang minimum. Tetapi menurut teori, bagi mereka yang mendarat dengan sebelah kaki, kemungkinan berlakunya kecederaan adalah lebih tinggi berbanding dengan aktiviti mendarat dengan kedua-dua belah kaki kerana pendaratan dengan kedua-dua kaki adalah lebih stabil (McGinnis, 1999). Berdasarkan hasil dari proses simulasi yang dijalankan, mungkin kerana teknik yang digunakan oleh para pemain iaitu dengan membengkokkan kaki untuk melakukan pendaratan menyebabkan mereka kurang mengalami kecederaan.

KESIMPULAN

Secara ringkas dapat dibuat kesimpulan bahawa ketika subjek mendarat, daya impak yang terhasil pada kaki yang mendarat adalah lebih kecil berbanding dengan daya yang terhasil pada kaki yang sebelah lagi. Ini menunjukkan bahawa, ketika mendarat daya impak yang besar telah dipindahkan kepada kaki yang sebelah lagi untuk mengurangkan risiko kecederaan pada kaki mendarat. Di samping itu, aktiviti memfleksikan kaki juga memainkan peranan dalam mengurangkan risiko kecederaan.

PENGHARGAAN

Penulis pertama berterima kasih atas pembiayaan geran jangka pendek ST-034-2005 daripada FST, UKM.

RUJUKAN

- Bobbert, M.F. & van Soest, A.J. 1994. Effects of muscle strengthening on vertical jump height: A simulation study. *Medicine and Science in Sports and Exercise*, **26**, 1012-1020.
- Bridgett, L.A., Galloway, M., and Linthorne, N.P. 2002. The effect of run-up speed on long jump performance. In: Gianikellis, K.E., 20th International Symposium on Biomechanics in Sports, 80-83, Universidad de Extremadura, Spain.

- Greg, M.P. & Yeadon, M.R. 2000. The influence of touchdown parameters on the performance of a high jumper. *Journal of Applied Biomechanics*, **16**, 367-378.
- Hatze, H. 1981a. A comprehensive model for human motion simulation and its application to the take-off phase of the long jump. *Journal of Biomechanics*, **14**, 135-142.
- Hay, J.G. 1993. Citius, altius, longius (faster, higher, longer): the biomechanics of jumping for distance. *Journal of Biomechanics*, **26** (Suppl. 1), 7-21.
- Hay, J.G., Miller, J.A. and Canterna, R.W. 1986. The techniques of elite male long jumpers. *Journal of Biomechanics*, **19**, 855-866.
- Lees, A., Fowler, N. & Derby, D. 2000. Optimum take-off techniques and muscle design for long jump. *Journal of Experimental Biology*, **203**, 741-750.
- Linthorne, N.P., Guzman, M.S. and Bridgett, L.A. 2002. The optimum takeoff angle in the long jump. In: Gianikellis, K.E., 20th International Symposium on Biomechanics in Sports, 126-129, Universidad de Extremadura, Spain.
- McGinnis, P.M. 1999. *Biomechanics of sports and exercise*. Hlm. 105-110. Cortland: State University of New York.
- Pandy, M.G., Zajac, F.E., Eunsup, S. & Levine, W.S. 1990. An optimum control model for maximum-height human jumping. *Journal of Biomechanics*, **23**, 1185-1198.
- Winter, D.A. 1979. Hlm. 39-40, 150-152. Canada: A Wiley-Interscience Publication.